

BED3: Oppgavesett 5

Oppgave 1: Opsjoner

- 1a)
- Futureskontrakt: En avtale om å motta/betale for en eiendel på et fremtidig tidspunkt. Man er forpliktet til kontrakten.
 - Opsjonskontrakt: En avtale om å motta/betale for en eiendel på et fremtidig tidspunkt, men man er ikke pliktig til å utøve opsjonen. Mer verdifull; gir en form for fleksibilitet; kun oppside, ingen nedside.

Vi har to typer opsjoner:

Kjøpsopsjon
"Call"

↓
Får muligheten til å kjøpe en underliggende eiendel for en bestemt pris.
Kjøper en fleksibilitet, men trenger en som stiller garanti.

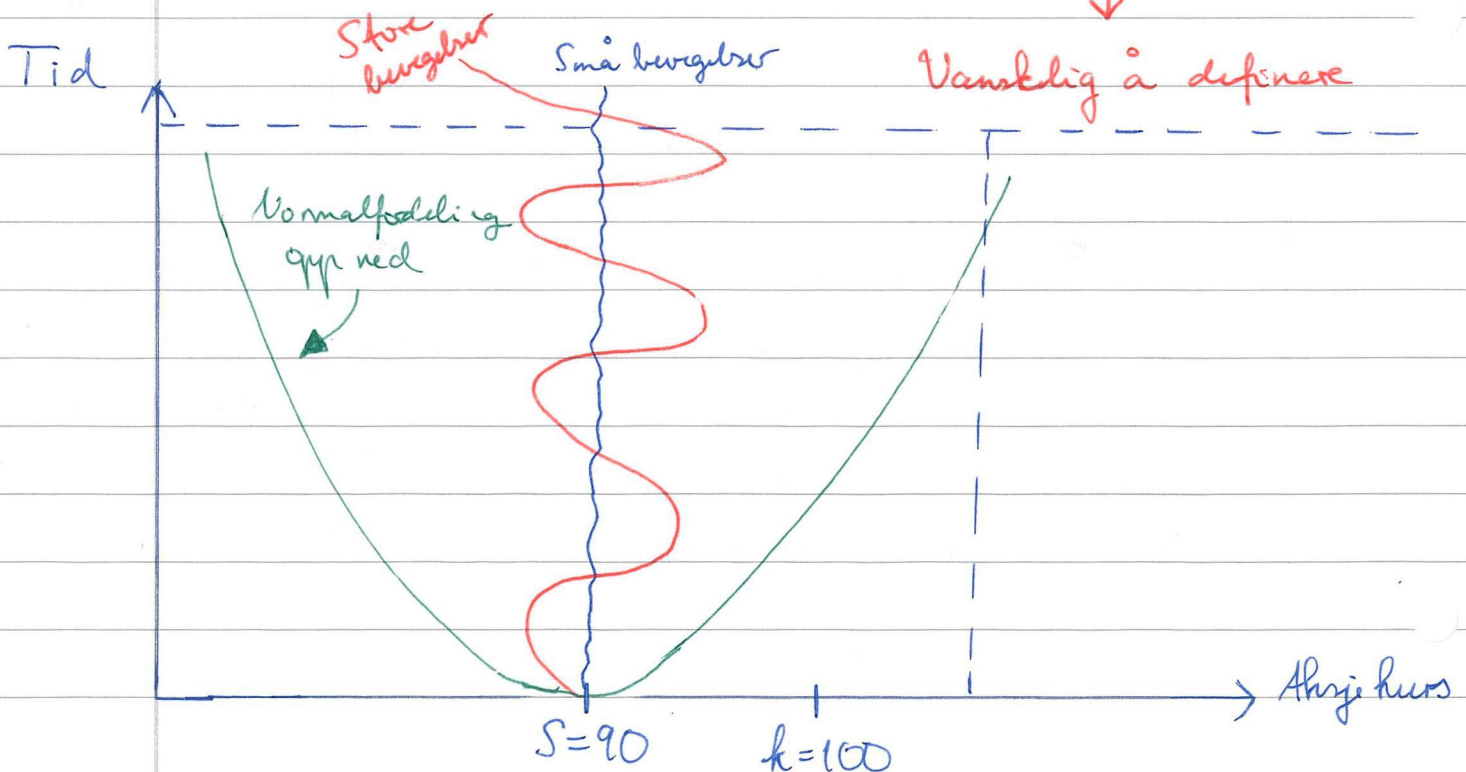
Salgsopsjon
"Put"

↓
Muligheten til å selge en underliggende eiendel for en bestemt pris.

[Black-Scholes modell for opsjonsprising.]

- Sammenheng mellom noteringene: Samme aksje (ω), samme forfallstidspunkt (31. juli), men ulik kontraktspris (200 og 220 kr). Skaper prisfordjell.
- Egenverdi: Verdien av opsjonen dersom den måtte ha blitt utøvd i dag $\rightarrow \max[0, S - K]$
- Tidsverdi: Verdien av fleksibiliteten opsjonen gir. Muligheten til å vente. $\text{Tidsverdi} = P_{\text{m}} - \text{Egenverdi}$. Måler verdien av å vente og se (være tålmodig). Hvis det ikke hadde vært noen tid $\Rightarrow$ egenverdi.

$$\text{Opsjonspris} = \text{Egenverdi} + \text{Tidsverdi}$$



Hva driver opsjonspriser? Hva skaper opsjonsverdi?

- (1) store bevegelser i aksjekursen er bra (volatilitet)
- (2) tid
- (3) hvor nære S og K er
- (4) renten (må neddiskontorere med renten)

Regner først egenverdi (setter opp betingelsen) og deretter tidsverdien.

	Omega ($K = 200$)	Omega ($K = 220$)
Egenverdi:	$\text{Max}[0, S - K]$ $\text{Max}[0, 208 - 200] = \underline{8}$	$\text{Max}[0, S - K]$ $\text{Max}[0, 208 - 220] = \underline{0}$
Tidsverdi:	<i>Opsjonspremie</i> $\text{Observert pris} - \text{egenverdi} = \text{Tidsverdi}$ $35 - 8 = \underline{27}$	<i>Opsjonspremie</i> $\text{Pris} - \text{egenverdi} = \text{Tidsverdi}$ $20 - 0 = \underline{20}$

S = salgpris i dag
 K = kontraktpris

1b) Put - Call - Paritet:

$$\underbrace{C(K)}_{\text{+ vi kjøper}} - \underbrace{P(K)}_{\text{- vi selger}} = \underbrace{S}_{\text{kjøper}} - \underbrace{PV(K)}_{\text{nåverdi av kontraktprisen}}$$

NB! Må være den samme kontraktprisen K !

Omega (200) :

$$C(200) - P(200) = 208 - PV(200)$$

$$35 - x = 208 - \left[\frac{200}{1 + \frac{0,075}{6}} \right]$$

2 mnd form

$$x = 24,5$$

$$\underline{\underline{P(200) = 24,5}}$$

Omega (220) :

$$C(220) - P(220) = 208 - PV(220)$$

$$20 - P(220) = 208 - \left[\frac{220}{1 + \frac{0,075}{6}} \right]$$

Prisen på den
tilhørende opsjonen
med kontraktpris
220.

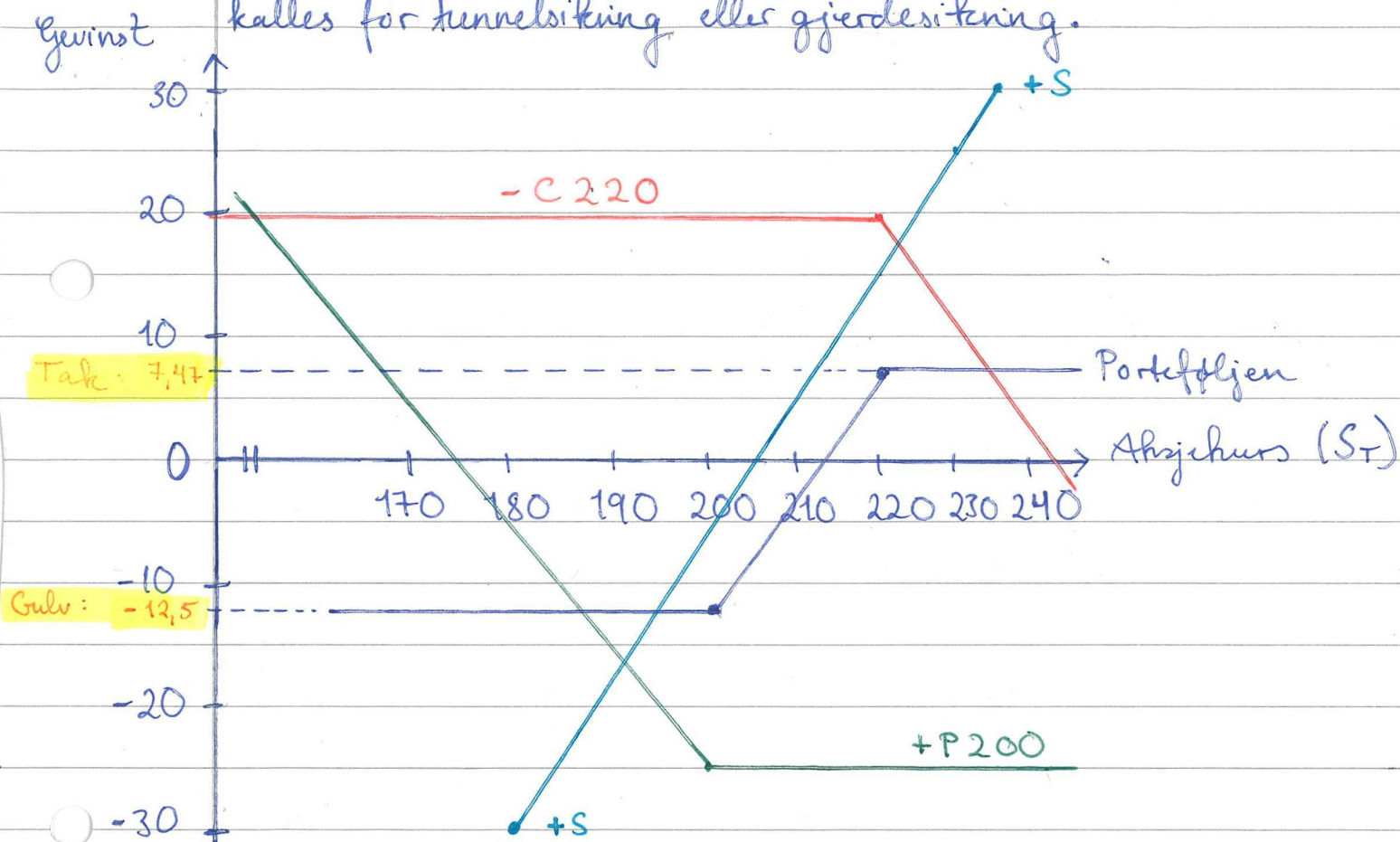
$$\underline{\underline{P(220) = 29,3}}$$

Opsjoner er mekaniske.

1c) Klassisk oppgave : Opsjonsportefølje

	Akkjøpspris	180	200	220	240
	Kjøp aksje	-28	-8	12	32
Salgs- opsjon	← Kjøpt put $k=200$	20	0	0	0
Kjøps- opsjon	← Solgt call $k=220$	-0	-0	-0	-20
	Premie salgsoption	-24,53	-24,53	-24,53	-24,53
	Premie kjøpsopsjon	20	20	20	20
	Netto	-12,53	-12,53	7,47	7,47

En kjøpt salgsopsjon ("protective put") gir beskyttelse for aksjen. Investor selger samtidig unna gevinstmuligheter ved å utstede en kjøpsopsjon med høyere kontraktspris. Viser at gulvet ligger på $-12,53$ og taket på $7,47$. Posisjonen kalles for tunneltaking eller gjerdesetting.



Oppgave 2 : Futureskontrakter

Del A: 2a)

- Aksjeportefølje verdi 1,4 mill kr
- Dagens pris futureskontrakt, forfall om 4 måneder er 71 400 kr
- Årlig risikofri rente er 6 %

Siden vi eier aksjeporteføljen må vi selge futureskontrakter - det vil si: selge noe av porteføljen i dag til en forhåndsbestemt pris.

Generelt

- Man kan selge en aksje i dag og plassere pengene i banken
- Man kan inngå en futureskontrakt

Begge er risikofrie alternativer og må gi samme avkastning! Dermed:

$$F_T = S(1 + r_f \cdot T)$$

Vi tar med oss denne formelen inn i oppgave 2a) og ser at dette gjelder i like stor grad for porteføljer som enkeltaksjer.

2b) Først bergrner vi dagens indeksverdi.

$$F_T = \text{Indeks}_0 (1 + r_f \cdot T)$$

$71400 = x (1 + 0,06 \cdot \frac{1}{3}) \Rightarrow x = 70000$

$\Rightarrow \frac{70000}{100} = 700$ (Siden indeksen multipliseres med 100).

$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

(i) Benytter oss av (selger) 20 futureskontrakter. Hvor mye av dagens portefølje risikerer vi?

$$\begin{array}{rclclcl} \text{Indeksverdi} & \times & \text{Antall futures} & \times & \text{Indeksmultiplikator} \\ 700 & \times & 20 & \times & 100 & = & \underline{\underline{140000}} \end{array}$$

Dette er en full sikning! Dermed er hele porteføljen solgt og risikofri avkastning vil oppnås.

$$71400 \cdot 20 = 1428000, \text{ som må være lik } 1400000 \cdot (1 + 0,06 \cdot \frac{1}{3}) = 1428000 \text{ i likevekt.}$$

$\frac{4}{12}$

(ii) Selger 10 futureskontrakter. Hvor mye av dagens verdi selger vi?

$$700 \times 10 \times 100 = 700000$$

Halvparten av porteføljen svinger i takt med markedet, men halvparten er sikret.

(i) 20 futures $\Rightarrow$ Full sikning

	500	700	900
Porteføljeverdi	0	0	0
Futures (20 $\cdot$ 71400)	1428000	1428000	1428000
Totalt	1428000	1428000	1428000

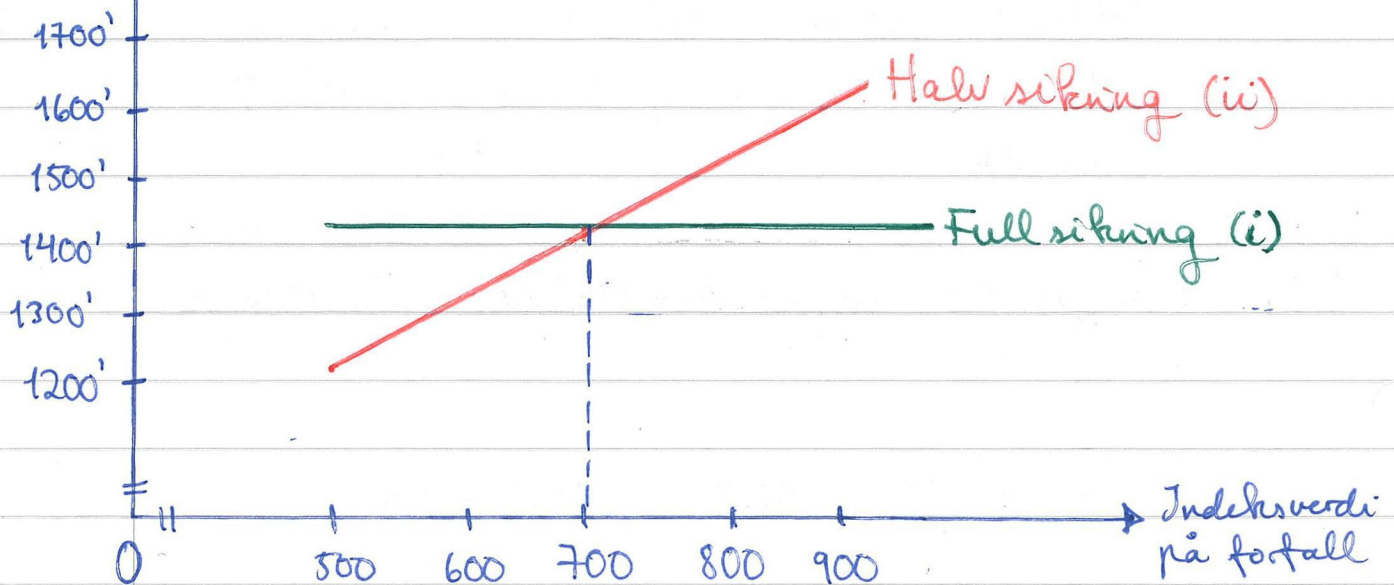
Verdien er den samme uansett indeksoverdi

(iii) 10 futures $\Rightarrow$ Halv sikning

	500 000	700 000	900 000
Porteføljeverdi	500 000	700 000	900 000
Futures (10 $\cdot$ 71400)	714 000	714 000	714 000
Totalt	1214 000	1414 000	1614 000

Verdien svinger i takt med indeksen

Verdi av
samlet
posisjon



20 kontrakter innebærer full sikring, slik at det oppnås en sikker verdi om fire måneder for den samlede posisjonen. 10 kontrakter innebærer halv sikring, slik at halyparten av risikoen i portefoljen er fjernet.

Del B: 2a)

- Dagens verdi = 600 (aksjeindeks)
- Årlig $r_f = 6\%$
- Pris futureskontrakt forfall 2 mnd = 60.900

$$F_T = S(1 + r_f \cdot T)$$

$$\frac{60900}{100} = 600(1 + 0,06 \cdot \frac{1}{6})$$

$$609 = 606 \cdot 1,01 \Rightarrow 609 \neq 606$$

Kontrakten er feilpriset! Skulle vært $606 \cdot 100 = 60600$.

Risiko for rente måtte ha vært:

$$600 (1 + x \cdot \frac{1}{6}) = 609$$

$$600 + 100x = 609$$

$$\underline{\underline{x = 0,09 = 9\%}}$$

2b)

- Aksjeindeks verdt 1,2 mill

$$\frac{570000 - 600000}{600000} = -0,05$$

Førentet avkastning: $-0,05 \cdot 0,5 + 0,10 \cdot 0,5 = \underline{\underline{2,5\%}}$

$$\downarrow \frac{660000 - 600000}{600000} = 0,1$$

Hvor mye verdi selger vi?

$$600 \cdot 10 \cdot 100 = 600000$$

Halv sikring.

	10 %	- 5 %
Aksjeportefølje	660 000 ^①	570 000 ^②
Futures	606 000	606 000
Totalt	1266 000	1176 000
① $600000 \cdot 1,1 = 660000$	② $600000 \cdot (1 - 0,05) = 570000$	

Førentet sluttverdi:

$$0,5 \cdot 1266' + 0,5 \cdot 1176' = 1221'$$

Tomåneders førentet avkastning: $\frac{1221}{1200} = 1,75\%$

$$\text{Standardavvik: } \sqrt{(5,5\% - 1,75\%)^2 \cdot 0,5 + (-2\% - 1,75\%)^2 \cdot 0,5}$$

$$= \underline{\underline{3,75\%}}$$

Oppgave 3: Valuta

Del A: 3a)

- $S_{NOK/USD}$: Spotkurs $\Rightarrow$ kjøper i dag, levering i dag. = hvor mange norske kroner må man betale for én enhet dollar spot (i dag)
alltid én enhet i nevner
- $f_{NOK/USD}$: Forwardkurs $\Rightarrow$ kjøper i dag, men levering i fremtiden. = hvor mange norske kroner må man betale for én dollar forward (i fremtiden)
alltid én enhet i nevner

Merk: $S_{USD/NOK}$: hvor mange USD for 100 kroner.

Alternativ 1 : Låne i Norge.

$$\text{Renter: } 1000\,000 \cdot 0,6 = 60\,000$$

$$\text{Skal betales om ett år: } 1000\,000 + \underline{60\,000} = 1060\,000$$

rentekostnader = pris på lånet

Alternativ 2 : Ta et valutalån i dollar

Steg ① $\text{Lån } \frac{1000\,000}{8} = 125\,000 \text{ USD}$

Steg ② $\text{Renten på dette lånet er } 125\,000 \cdot 0,03 = 3750 \text{ USD}$

Stg ③ Må betale både lånebeløp og renter i dollar i for 1 år = dag siden. Dermed må det kjøpes $(125\,000 + 3750) \cdot 7,5 = 965\,625$ (kostnad i kroner).

Stg ④ Renten på dette lånet er $\frac{965\,625}{1\,000\,000} - 1 = \underline{\underline{-3,44\%}}$

Mer gunstig med valutalan. Han vet kursen i dag og for et år siden $\Rightarrow$ kun etterpåkløstskap.

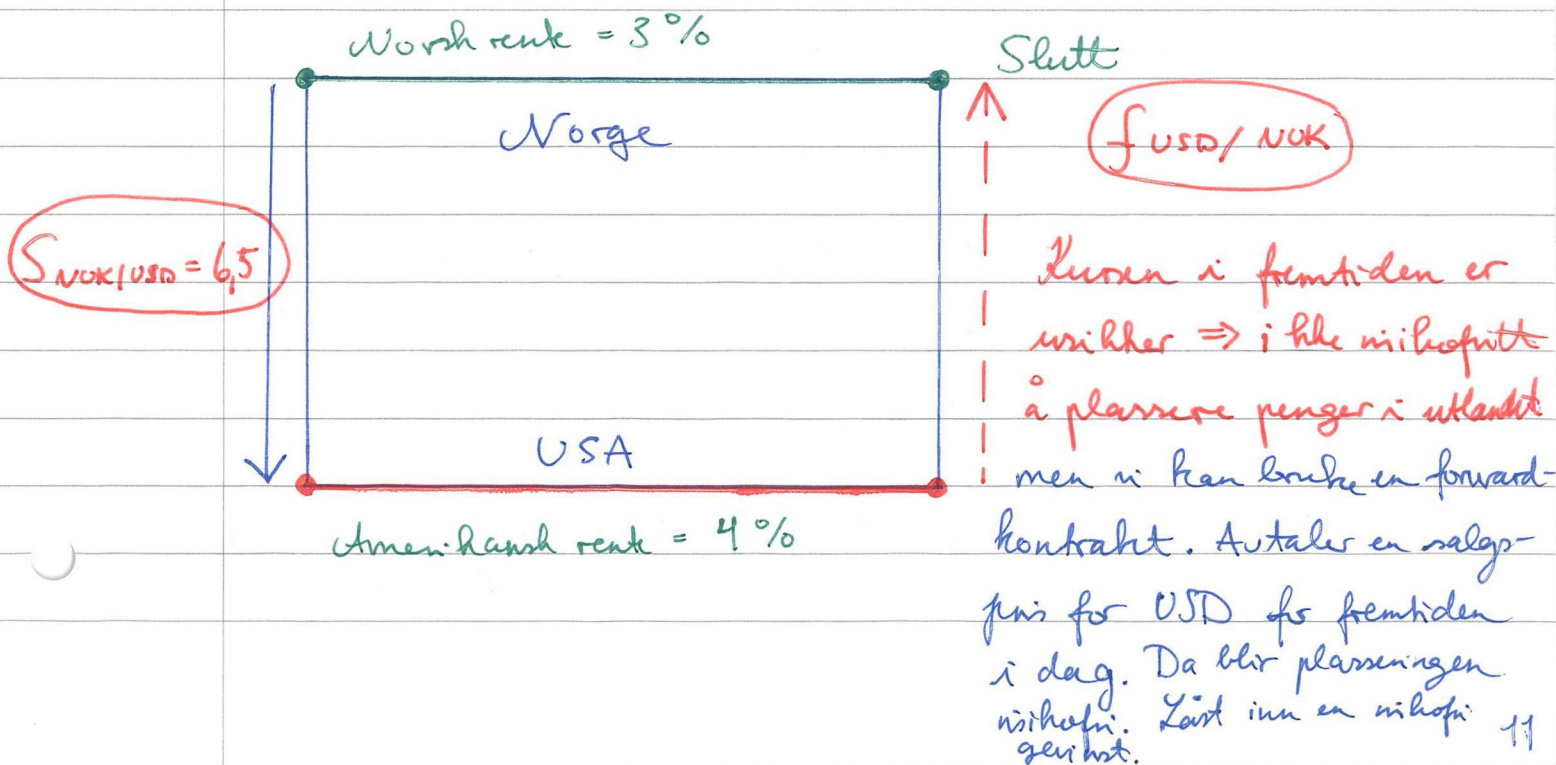
$$(125\,000 + 3750) \cdot X = 1\,060\,000$$

$$\underline{\underline{X = 8,23}}$$

Valutakurs i dag måtte ha vært 8,23 for at de to lånene skal være likeverdige.

3b) • $S_{NOK/USD} = 6,50$

Dekket renteparitet



①

Tolkning: Dekket renteparitet

$$r_{NOK} = r_{USD} + \frac{f_{USD/NOK} - S_{NOK/USD}}{S_{NOK/USD}} (1 + r_{USD})$$

r_{NOK} ↓ Norsk rente
 r_{USD} ↓ Amerikansk rente
 $\frac{f_{USD/NOK} - S_{NOK/USD}}{S_{NOK/USD}}$ ↓ "valutakursrente" Premie / diskonto
 $(1 + r_{USD})$ ↓ NB! Må huske å rikke renteparitet.

↑↓ Like

valutakursforrenting

②

Mekaniske oppgaver: Dekket renteparitet

$$\left(\frac{1 + r_{NOK}}{1 + r_{USD}} \right) = \frac{f_{NOK/USD}}{S_{NOK/USD}}$$

Dermed $\Rightarrow f_{NOK/USD}^{3\text{ mnd}} = \frac{1 + r_{NOK}}{1 + r_{USD}} \cdot S_{NOK/USD}$

$$= \frac{1,0075}{1,01} \cdot 6,5 = 6,484$$

NB! Perioderente: $\frac{3\%}{4} = 0,75\%$ $\frac{4\%}{4} = 1\%$

3 mnd rate

$$f_{USD/NOK} = 6,484^{-1} = \frac{1}{6,484} = \underline{\underline{0,154}}$$

"Valutarente" $\Rightarrow$ diskonto/premie

$$= \frac{f_{\text{NOK/USD}} - S_{\text{NOK/USD}}}{S_{\text{NOK/USD}}} \quad \text{Valuta-
rente}$$

Premie: Forwardkurs $>$ Spottkurs

Diskonto: Forwardkurs $<$ Spottkurs

$$\frac{f_{\text{NOK/USD}} - S_{\text{NOK/USD}}}{S_{\text{NOK/USD}}} = \frac{6,484 - 6,5}{6,5} \cdot 4 \quad \text{Årlig!}$$

3 mnd.

$$= -0,99\% \Rightarrow \text{Diskonto}$$

Del B: 3a - Arbitrasje

3a)

Dekket renteparitet

$$\frac{1 + r_{\text{NOK}}}{1 + r_{\text{USD}}} = \frac{f_{\text{NOK/USD}}}{S_{\text{NOK/USD}}}$$

$$r_{\text{NOK}} = 2,5\%$$

$$r_{\text{USD}} = 1,2\%$$

$$f_{\text{NOK/USD}} = 7,09$$

$$S_{\text{NOK/USD}} = 7$$

$$\frac{1,025}{1,012} = \frac{7,09}{7} \Rightarrow \text{Dekket renteparitet
holder}$$

Kjøpekraftparitet

$$\frac{E(S_{\text{NOK/USD}})}{S_{\text{NOK/USD}}} = \frac{E(1 + i_{\text{NOK}})}{E(1 + i_{\text{USD}})}$$

$$\frac{7,09}{7} \neq \frac{1,02}{1,01} \Rightarrow \text{Kjøpekraftparitet holder ikke}$$

Kommenter hvorfor:

Kjøpekraftparitet baserer seg på at to varer i to forskjellige land skal koste det samme. Unnødvendig i praksis, pga transaksjonskostnader, tjenester som ikke kan fraktes over grensen.

Tankegang:

Hvordan utnytte arbitrasjemulighet? Løs for dekket renteparitet for én og én faktor gitt at alle de andre faktorene stemmer.

Dekket renteparitet

Løses for denne
og plottet inn
verdiene

$$\frac{1 + r_{\text{NOK}}}{1 + r_{\text{USD}}} = \frac{f_{\text{NOK/USD}}}{S_{\text{NOK/USD}}}$$

Hva er norsk rente gitt at alle andre faktorer er riktige?

$$r_{NOK} = \left(\frac{7,2}{7} \cdot 1,02 \right) - 1 = \underline{\underline{4,09\%}}$$



den teoretiske vilkåge renten

Den "teoretiske" renten er 4,04 %. Den faktiske renten er 2,5 %. Renten er lavere enn den burde være $\Rightarrow$ vil låne i Norge.

$$\frac{1 + r_{NOK}}{1 + r_{USD}} = \frac{f_{NOK/USD}}{S_{NOK/USD}}$$

Finnes denne gitt
at alt annet stemmer

$$\Rightarrow r_{USD} = -0,3\%$$

Den teoretiske renten er -0,3 %. Den faktiske er 1,2 %. Høyere enn den burde være. $\Rightarrow$ vil plassere penger i USA.

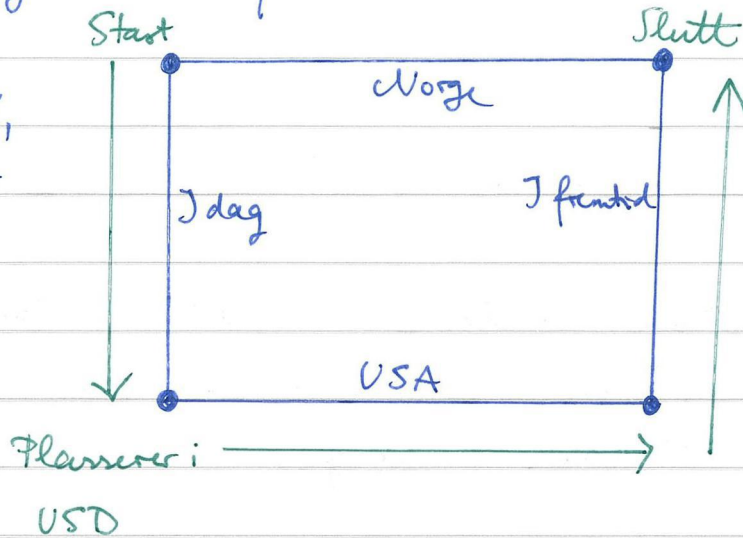
Vi har funnet ut hvilken rente vi ønsker å låne til r_{NOK} og hvilken rente vi ønsker å plassere til r_{USD} .

Vi vil dermed låne i Norge og plassere risikofritt i USA. Må gjøre valuta transaksjoner; må kjøpe dollar i dag for å kunne plassere NOK i USD i dag (til Spotkurs). Kjøper dollar spot, og

Marit Helene Gladhaug

selger dollar forward.

Selger NOK,
kjøper dollar
spot.



Selger dollar **forward**.
Veholder inn USD til
NOK risikofritt, via
forwardkontrakt.

Vi får overbetalt $7,2 - 7,09 = 0,11$ NOK
per solgte dollar.

Siden vi selger $8000 \cdot 1,012 = 8096$ USD
blir gevinsten $8096 \cdot 0,11 = \underline{\underline{891 \text{ NOK}}}$

3b) Kontantstrøm

År	0	1	2
USD	-260 000	+ 110 000	+ 110 000
NOK/USD	7	7,09	7,18
NOK	-1400 000	+779 900	+789 800
PV 9%	-1400 000	+715305	+664759
NPV	$\approx \underline{\underline{-19700}} \Rightarrow \text{Ikke gjennomfør}$ siden $NPV < 0$.		

Udekket renteparitet

$$\frac{1 + r_{\text{NOK}}}{1 + r_{\text{USD}}} = \frac{E(S_{\text{NOK/USD}})}{S_{\text{NOK/USD}}}$$

Erst når skilles udekket renteparitet
fra dekket renteparitet.

$$f_{\text{NOK/USD}} = E(S_{\text{NOK/USD}})$$

forward = forventet spot

$$\Rightarrow \frac{1,05}{1,024} = \frac{x}{7}$$

$$\underline{\underline{x = 7,18}} \quad [\text{År 2}]$$

